OTIMIZAÇÃO DE FUNÇÕES MULTIMODAIS VIA TÉCNICA DE INTELIGÊNCIA COMPUTACIONAL BASEADA EM COLÔNIA DE VAGA-LUMES

Deylon C. F. Couto

Carlos A. Silva

deyloncarlo@gmail.com

carlos.silva@ifmg.edu.br

Instituto Federal de Minas Gerais

Av. Serra da Piedade nº 299 - Morada da Serra, 34515-640, MG, Sabará, Brasil

Lillia S. Barsante

lilliabarsante@gmail.com

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Av. Amazonas nº 7675 - Nova Gameleira, 30510-000, MG, Belo Horizonte, Brasil

Resumo. *Problemas de otimização são comumente encontrados em aplicações práticas de grande relevância econômica e/ou social, como, quando se deseja determinar o maior nível de produção de uma indústria, a quantidade mínima de leitos de um hospital, entre outros problemas na área de administração, economia e engenharias. Muitos desses problemas apresentam um grande número de variáveis e/ou restrições, tornando inviável a solução por meio de métodos exatos. Desta forma, heurísticas computacionais vêm ganhando espaço no tratamento destes problemas. Neste artigo aplicamos o algoritmo de colônia de vaga-lume, proposto na literatura, para otimizar clássicas funções N-dimensionais multimodais. Apresentamos um benchmark entre as funções teste, incluindo novas funções que não foram encontradas em trabalhos da literatura, de acordo com pesquisa bibliográfica realizada, a fim de analisar o desempenho do algoritmo na otimização destas classes de funções, possibilitando concluir a respeito da influência dos principais parâmetros do método computacional nos resultados obtidos. Os resultados mostram que o algoritmo consegue encontrar os ótimos locais em tempo computacional razoável, além de superar o resultado da literatura para algumas funções.*

Palavras-chave: *Inteligência computacional, Otimização, Colônia de vaga-lumes*

1 INTRODUÇÃO

A inteligência computacional (IC) tem sido bastante utilizada para resolver diversos problemas práticos reais. Muitos algoritmos de IC tem surgido nos últimos anos, especialmente os algoritmos baseados em inteligência por enxames. Dentre os algoritmos mais recentes podemos citar: colônia de vaga-lumes (Yang, 2008), colônia de bactérias (Niu & Wang, 2013), otimizador da formiga-leão (Mirjalili, 2015), entre outros. Desde sua criação em 2008, o algoritmo de colônia de vaga-lumes (ACV) vem sendo explorado na otimização de problemas reais como na reconfiguração de antenas para telecomunicação (Chatterjee et al., 2012), no sequenciamento de tarefas (Marichelvam et al., 2014) e outras aplicações.

Neste artigo implementamos e analisamos o desempenho do ACV, proposto por (Yang, 2008), em um *benchmark* de funções multimodais e multidimensionais, visto que estas características são frequentes em funções objetivo de problemas de otimização, especialmente os que retratam aplicações reais. O ACV é baseado no comportamento dos vaga-lumes, sendo estes insetos conhecidos pela emissão de luz (bioluminescência) produzindo pequenos flashes rítmicos luminosos. Estas "luzes" influenciam na atração entre as espécies para fins de reprodução e na atração de presas ou prevenção de predadores. Em relação a um ponto fixo, a intensidade da luz emitida por um vaga-lume diminui à medida que este se afasta do ponto fixo, ou seja, a intensidade da luz é inversamente proporcional à distância. Devido a absorção da luz pelo ar, costuma-se considerar que $I \propto 1/r^2$, onde I é a intensidade luminosa de um vaga-lume e r é a distância entre dois vaga-lumes. No ACV, a intensidade luminosidade é associada à função objetivo a ser otimizada.

Este trabalho está dividido da seguinte forma. Na seção 2 apresentamos a classe de funções que será a base da simulação para o algoritmo ACV. Estas funções serão apresentadas de acordo com sua dimensionalidade. Na seção 3 apresentamos as principais características do algoritmo implementado, bem como o seu pseudocódigo. O *benchmark* proposto neste artigo é descrito na seção 4, onde também serão apresentados os resultados computacionais das simulações do algoritmo, além de uma análise e discussão destes resultados. Por fim, concluímos o trabalho na seção 5, indicando os próximos passos nesta proposta de otimização de funções via métodos de inteligência computacional.

2 FUNÇÕES TESTE MULTIMODAIS

Em problemas de otimização, um interesse comum é encontrar o mínimo (ou máximo) global de funções objetivo. No contexto algorítmico, estas funções representam indicadores de desempenho para avaliar a qualidade das soluções encontradas pelo método computacional, sempre visando a busca da melhor solução. Muitos destes problemas são classificados como NP-Difícil, apresentando uma grande dificuldade em encontrar suas soluções ótimas. Nos últimos anos, muitos algoritmos baseados em inteligência computacional têm sido desenvolvidos para resolver essa classe de problemas. Apesar destes métodos, em geral, não garantirem a otimalidade global da solução, as soluções geralmente são de boa qualidade, representando ótimos locais.

A quantidade de ótimos locais das funções objetivo pode contribuir com o incremento do grau de dificuldade para a resolução do problema e também na escolha do método computacional a ser utilizado. Uma função é considerada multimodal se possui dois ou mais ótimos locais.

Quando se deseja realizar um comparativo de performance entre métodos computacionais aplicados a um certo número de funções multimodais é costume considerar outras características destas funções como a separabilidade e a regularidade. Uma função de p variáveis é dita separável se ela pode ser escrita como a soma de p funções de uma variável. A separabilidade tem a ver com a relação entre as variáveis do problema, sendo esta característica frequentemente utilizada quando se usa métodos de computação evolucionária. Uma função é dita regular se é diferenciável em cada ponto do seu domínio. Funções não-separáveis são mais difíceis para otimizar, aumentando o grau de dificuldade se a função for multimodal. Neste trabalho, todas as funções são não-separáveis, com exceção de *Alpine* e *Alpine02*.

Na literatura encontramos diversos trabalhos abordando problemas de otimização que apresentam funções objetivo multimodais, sobretudo trabalhos cujo tema principal são estudos e *benchmarks* de funções multimodais, como em (Im et al., 2004), (Li et al., 2013) e (Cuevas et al., 2013). Nas próximas seções são apresentadas classes de funções multimodais de acordo com sua dimensionalidade.

2.1 Funções 1D e 2D

Funções unidimensional (1D) e bidimensional (2D) são frequentemente utilizados na modelagem de problemas de otimização. Mesmo que a dimensionalidade da função seja pequena, a complexidade do problema a qual a função está associada, pode ser elevada. Para a classe de problemas de otimização com função objetivo 1D, podemos citar a função *Equal Maxima* utilizada em (Fieldsend, 2013).

Existem clássicos problemas de otimização que utilizam funções 2D, como é o caso de determinar as dimensões de um prisma retangular para que este possua volume máximo ou mínimo. Estes problemas, em geral, envolvem a determinação de derivadas de ordem um e dois, além de que, muitas vezes não apresentam a característica de multimodalidade. Em (Kimura et al., 2013) é feita a inferência de modelos de Vohradsky de redes genéticas otimizando funções multimodais 2D e em (Cuevas & Orta, 2014) é apresentado o algoritmo de busca do Cuco na otimização multimodal, onde é ilustrado um problema de otimização que envolve uma função 2D.

Apesar do objetivo deste trabalho ser analisar o comportamento do ACV na otimização de funções multidimensionais e multimodais, utilizamos duas funções 2D, *Alpine02* e *Bird*, para ilustrar o comportamento do algoritmo em funções visualizáveis. As configurações destas funções são apresentadas na Fig. 1, respectivamente por 1 e 2, sendo descritas sua formulação matemática, a região de factibilidade, o ponto de otimalidade e o valor ótimo da função, sempre considerando a otimalidade como um problema de minimização.

1	$f_1(x) = \prod_{i=1}^{N} \sqrt{x_i} sen(x_i)$	2	$f_2(x) = (x_1 - x_2)^2 + e^{(1-sen(x_1))^2} cos(x_2) + e^{(1-cos(x))^2} sen(x_1)$
	$0 \leq x_1, x_2 \leq 10$		$-2\pi \leq x_1, x_2 \leq 2\pi$
	$x^* = (7.917, 7.917)$		$x^* = (4.701055751981055, 3.15294601960139)$
	$f(x^*) = -6.1295$		$f(x^*) = -106.7645367198034$

Figura 1: Configuração das funções 2D

A visualização das funções 2D pode ser vista na Fig. 2.

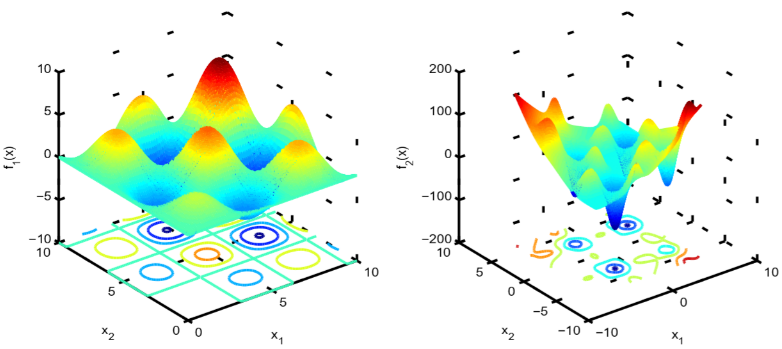

Figura 2: Representação das funções *Alpine02* e *Bird*

2.2 Funções multidimensionais

Em problemas de otimização com funções multidimensionais e multimodais, é costume a utilização de algoritmos baseados em inteligência computacional, como algoritmos genéticos, redes neurais e metaheurísticas em geral, devido à dificuldade de resolução dos mesmos. Na literatura encontram-se trabalhos que tratam de problemas de otimização tendo funções monobjetivo ou multiobjetivo com as características de multidimensionalidade e multimodalidade. O problema de controle e estabilidade de sistemas dinâmicos descrito em (Silva et al., 2011) apresenta uma função objetivo multidimensional e com uma complexa estrutura multimodal, não tendo atualmente uma teoria ou algoritmo que garanta a otimalidade do problema.

Para funções tridimensionais (3D) utilizamos as seguintes funções:*BoxBetts, Gulf, Mishra09* e *SchmidtVetters*, para compor o *benchmark* proposto. Estas funções são apresentadas na Fig. 3, respectivamente por 1, 2, 3 e 4, bem como sua formulação matemática, a região de factibilidade, o ponto de otimalidade e o valor ótimo, sempre considerando a otimalidade como um problema de minimização.

1	$f(x) = \sum_{i=1}^{10} g_i(x)^2$ $g_i(x) = e^{-0.1(i+1)x_1} - e^{-0.1(i+1)x_2}$ $-\left[e^{-0.1(i+1)} - e^{-(i+1)}x_3\right]$ $0.9 \le x_1, x_3 \le 1.2, \;\; 9 \le x_2 \le 11.2$ $x^* = (1, 10, 1), \;\; f(x^*) = 0$ $x^* = (1, 2, 3), \;\; f(x^*) = 0$	3	$f(x) = \left[ab^2c + abc^2 + b^2 + (x_1 + x_2 - x_3)^2\right]^2$ $a = 2x_1^3 + 5x_1x_2 + 4x_3 - 2x_1^2x_3 - 18$ $b = x_1 + x_2^3 + x_1x_3^2 - 22$ $c = 8x_1^2 + 2x_2x_3 + 2x_2^2 + 3x_2^3 - 52$ $-10 \le x_1, x_2, x_3 \le 10$
2	$f(x) = \sum_{i=1}^{N}\left(e^{-\frac{\lvert y_i - x_2\rvert^{x_3}}{x_1}} - t_i\right)$ $t_i = i/100, y_i = 25 + [-50log(t_i)]^{2/3}$ $0 \le x_1, x_2, x_3 \le 60$ $x^* = (50, 25, 1.5), \;\; f(x^*) = 0$	4	$f(x) = \frac{1}{1+(x_1-x_2)^2} + sen\left(\frac{\pi x_2 + x_3}{2}\right) + e^{\left(\frac{x_1+x_2}{x_2} - 2\right)^2}$ $0 \le x_1, x_2, x_3 \le 10$ $x_i^* = 0.78547, \;\; f(x^*) = 3$

Figura 3: Configuração das funções 3D

Para se ter uma ideia da complexidade de problemas com um grande número de variáveis, (Molga & Smutnicki, 2005) afirma que a menor instância conhecida do problema de sequencia-