



DINCON 2017

CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES

30 de outubro a 01 de novembro de 2017 – São José do Rio Preto/SP

---

# Estudo da Sensibilidade do Número de Reprodutibilidade Basal de um Modelo de Dispersão de Worm em Rede de Sensores sem Fio

Lais Rodrigues Guimarães<sup>1</sup>

Carlos Alexandre Silva<sup>2</sup>

Mateus do Nascimento<sup>3</sup>

Instituto Federal de Minas Gerais, IFMG, Sabará, MG

Lillia dos Santos Barsante Silva<sup>4</sup>

Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional, CEFET-MG, Belo Horizonte, MG

**Resumo.** Neste trabalho realizamos um estudo de sensibilidade do *número de reprodutibilidade basal* de um modelo proposto na literatura para avaliar a dispersão de *worm* em uma rede de sensores sem fio. Pode-se perceber que os parâmetros de inclusão de novos nós na rede, taxa de infecção e taxa de saída de nós da rede são os mais representativos na dinâmica populacional do *worm* na rede. Portanto, adotar ações de controle adicionais nestes parâmetros, poderá minimizar o impacto dos danos causados por estas “pragas” virtuais.

**Palavras-chave.** *Worm*, Sensibilidade, Número de Reprodutibilidade Basal

## 1 Introdução

A disseminação de vírus em redes de computadores tem sido bastante estudada na área de segurança da informação e no estudo de dinâmicas populacionais. Os danos causados pela propagação dos vírus podem ter impactos devastadores na economia de um país, além de representar uma grande preocupação no contexto social, motivada pela globalização e a evolução da tecnologia da informação. No primeiro semestre de 2017 a disseminação de um *malware* provocou um alarde mundial, atingindo de fato vários países, incluindo o Brasil. Esta praga virtual tinha características de um *worm*, ou seja, a contaminação podia ser transmitida facilmente de um computador contaminado para os demais computadores conectados à internet. No Brasil, o Tribunal de Justiça de São Paulo

---

<sup>1</sup>guimaraesr.lais@gmail.com

<sup>2</sup>carlos.silva@ifmg.edu.br

<sup>3</sup>mateus.nascimento@ifmg.edu.br

<sup>4</sup>lilliabarsante@gmail.com

foi afetado, sendo necessário o desligamento de todas as máquinas do sistema. Além disso, os ataques cibernéticos atingiram o Instituto Nacional de Seguridade Social, Petrobrás, Operador Nacional do Sistema Elétrico, entre outras instituições públicas e privadas [5]. Em relação aos ataques do *ransoware* em 2016, os EUA apresentaram uma crescente variação de prejuízo de US\$ 25 milhões em 2015 para US\$ 209 milhões nos primeiros 3 meses do ano passado, enquanto o Brasil apresentou 60% de aumento de perdas com o sequestro digital de informações [4]. Um vírus de computador é um programa que pode ser executado sem o conhecimento do usuário, podendo danificar, corromper ou obter informações de maneira ilegal em virtude de alguma vulnerabilidade do sistema operacional [2]. O comportamento do vírus computacional é análogo ao vírus biológico e ambos podem ser modelados por um sistema dinâmico de equações diferenciais. Vários autores propõe modelos matemáticos para representar a dinâmica populacional dos vírus em redes de computadores, pontos de acessos ou sensores de redes sem fio, tais como [7], [8] e [9].

Neste trabalho, visando propiciar alternativas para aumentar a eficiência no monitoramento e controle na dinâmica de propagação do *worm* em uma rede sem fio, realizamos um estudo de sensibilidade dos parâmetros que determinam o *número de reprodutividade basal* -  $R_0$ , no modelo proposto por [6]. Este modelo contempla a dispersão de *worm* em uma população de nós susceptíveis, infectados, em quarentena e recuperados (SIQR) em uma rede sem fio.

O trabalho está dividido da seguinte forma: na seção 2 apresentamos o modelo SIQR e o número de reprodutibilidade basal que governa a infecção do *worm* em uma rede sem fio. Na seção 3 serão apresentados os resultados da análise de sensibilidade do número de reprodutibilidade basal e discussão destes resultados. Por fim, concluímos o trabalho na seção 4.

## 2 Modelo

O modelo epidemiológico utilizado neste trabalho foi proposto por [6]. A população na rede sem fio em um instante  $t$  é composta por nós susceptíveis  $S(t)$ , nós infectados por *worm*  $I(t)$ , nós em quarentena  $Q(t)$  e nós recuperados  $R(t)$ . O sistema de equações diferenciais não-lineares que representa a dinâmica do ciclo epidemiológico dos *worm* na rede sem fio é descrito por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS}{dt} = A + \omega Q + \epsilon R - (\lambda I - \mu)S \\ \frac{dI}{dt} = \lambda SI - (\beta + \gamma + \mu)I \\ \frac{dQ}{dt} = \gamma I - (\alpha + \omega + \mu)Q \\ \frac{dR}{dt} = \beta I + \alpha Q - (\epsilon + \mu)R. \end{array} \right. \quad (1)$$

A população de nós susceptíveis é representada por um fluxo positivo de  $A$  nós susceptíveis, uma taxa  $\omega$  de nós oriundos da população em quarentena e uma taxa  $\epsilon$  de nós vindo da população de recuperados. Esta população sofre um decréscimo devido a uma taxa  $\lambda$  de nós susceptíveis que se tornam infectados por *worm* e uma taxa  $\mu$  de nós susceptíveis que saem da rede sem fio. A população de nós infectados sofre um acréscimo de uma taxa  $\lambda$  de nós susceptíveis que se tornam infectados por *worm* e decresce devido a uma taxa  $\beta$  de nós infectados que foram submetidos a ação de um antivírus, uma taxa  $\gamma$  de nós infectados que passam para população em quarentena e uma taxa  $\mu$  de nós infectados que saem da rede sem fio. A população de nós em quarentena é acrescida por uma taxa  $\gamma$  oriundos da população de nós infectados e sofre um decréscimo devido a uma taxa  $\alpha$  de nós da população em quarentena que passam para a população de nós recuperados, uma taxa  $\omega$  que transformam-se em nós susceptíveis e uma taxa  $\mu$  de nós em quarentena que saem da rede sem fio. Por fim, a população de nós recuperados apresentam um fluxo positivo devido a uma taxa  $\beta$  de nós infectados que foram submetidos a ação de um antivírus e uma taxa  $\alpha$  de nós oriundos da população em quarentena. Esta população sofre um decréscimo devido a uma taxa  $\epsilon$  que transformam em nós susceptíveis e uma taxa  $\mu$  de nós recuperados que saem da rede sem fio. Entende-se que a ação do antivírus no contexto da dinâmica proposta, elimina o *worm* do nó infectado e a quarentena é caracterizada pela inibição da ação do *worm*, mas não a sua eliminação.

Biologicamente não faz sentido dizer que as populações do sistema (1) são negativas, portanto,  $\Gamma = \{(S, I, Q, R) : S, I, Q, R > 0, S + I + Q + R \leq \frac{A}{\mu}\}$ . A análise de estabilidade deste sistema foi amplamente discutido em [6].

A intensidade da infecção do *worm* na rede sem fio do modelo (1) é dada por:

$$R_0 = \frac{\lambda}{(\beta + \gamma + \mu)} \frac{A}{\mu}. \quad (2)$$

Biologicamente, o número de reprodutibilidade basal  $R_0$ , dado pela equação (2), pode ser interpretado como o produto da fração da população de nós susceptíveis que foram infectados pelo *worm* e “sobreviveram” à infecção, passando parte para a população em quarentena, parte para a população recuperada ou saindo da rede  $\left(\frac{\lambda}{\beta + \gamma + \mu}\right)$  e pela fração de nós susceptíveis ofertados na rede sem fio durante a sua permanência na mesma  $\left(\frac{A}{\mu}\right)$ . Há duas possibilidades para o  $R_0$ : (i) se  $R_0 \leq 1$ , os nós da rede sem fio estão livres da infecção por *worm* e (ii) se  $R_0 > 1$  os nós da rede sem fio sofrem uma endemia por *worm*.

### 3 Resultados e Discussão

É extremamente importante determinar quais dos parâmetros  $A$ ,  $\lambda$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  ou  $\mu$  acarretam um maior impacto sobre o  $R_0$ , pois uma pequena variação em um parâmetro altamente sensível resultará em grandes mudanças quantitativas na dinâmica do sistema (1).

A análise de sensibilidade local em  $R_0$  em relação a um determinado parâmetro  $\pi$ , denotado por  $\Phi_{\pi}^{R_0}$ , foi definido por ([1], [3]) da seguinte forma:

$$\Phi_{\pi}^{R_0} = \frac{\partial R_0}{\partial \pi} \frac{\pi}{R_0}.$$

A Tabela (1) ilustra a expressão analítica para análise de sensibilidade normalizada de  $R_0$  em relação a cada parâmetro da equação (2). Verifica-se que os parâmetros  $\beta$ ,  $\gamma$  e  $\mu$  estão correlacionados negativamente a  $R_0$ , enquanto que  $A$  e  $\lambda$  estão correlacionados positivamente.

Tabela 1: Análise de sensibilidade do número de reprodutibilidade basal  $R_0$  em relação aos parâmetros  $A$ ,  $\lambda$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  e  $\mu$ .

Parâmetro	Sensibilidade
$A$	+1
$\lambda$	+1
$\beta$	$-\frac{\beta}{(\beta + \gamma + \mu)} \in (-1,0)$
$\gamma$	$-\frac{\gamma}{(\beta + \gamma + \mu)} \in (-1,0)$
$\mu$	$-\frac{(\beta + \gamma + 2\mu)}{(\beta + \gamma + \mu)} \in (-2,0)$

Para avaliarmos de forma numérica a sensibilidade do  $R_0$  em relação aos parâmetros  $\beta$ ,  $\gamma$  e  $\mu$  adotamos nove combinações possíveis para os três parâmetros, sendo estas combinações ilustradas na Tabela (2).

Tabela 2: Combinações adotadas para análise de sensibilidade do número de reprodutibilidade basal em relação aos parâmetros  $\beta$ ,  $\gamma$  e  $\mu$ .

Número	Combinações	Número	Combinações	Número	Combinações
1	(0.25, 0.25, 0.25)	4	(0.25, 0.50, 0.25)	7	(0.25, 0.75, 0.25)
2	(0.25, 0.25, 0.50)	5	(0.25, 0.50, 0.50)	8	(0.25, 0.75, 0.50)
3	(0.25, 0.25, 0.75)	6	(0.25, 0.50, 0.75)	9	(0.25, 0.75, 0.75)
1	(0.50, 0.25, 0.25)	4	(0.50, 0.50, 0.25)	7	(0.50, 0.75, 0.25)
2	(0.50, 0.25, 0.50)	5	(0.50, 0.50, 0.50)	8	(0.50, 0.75, 0.50)
3	(0.50, 0.25, 0.75)	6	(0.50, 0.50, 0.75)	9	(0.50, 0.75, 0.75)
1	(0.75, 0.25, 0.25)	4	(0.75, 0.50, 0.25)	7	(0.75, 0.75, 0.25)
2	(0.75, 0.25, 0.50)	5	(0.75, 0.50, 0.50)	8	(0.75, 0.75, 0.50)
3	(0.75, 0.25, 0.75)	6	(0.75, 0.50, 0.75)	9	(0.75, 0.75, 0.75)

A Figura (1) ilustra a variação da sensibilidade dos parâmetros  $\beta$ ,  $\gamma$  e  $\mu$  de acordo com as combinações adotadas neste estudo. Observe que a sensibilidade dos parâmetros

$\beta$  e  $\gamma$  são similares, e fixando todas as nove combinações de ambos os parâmetros em 0.75, o impacto na sensibilidade de  $R_0$  foi maior. A sensibilidade do parâmetro  $\mu$  ao longo das nove combinações ocorre de forma contrária a dos parâmetros  $\beta$  e  $\gamma$ , onde ocorre um decréscimo negativo da sensibilidade na três primeiras combinações, na quarta combinação há um crescimento positivo da sensibilidade, na quinta e sexta combinação ocorre novamente um decréscimo negativo da sensibilidade, mas inferior aos das três primeiras combinações, na combinação sete ocorre um crescimento positivo da sensibilidade, sendo este superior ao da quarta combinação e nas duas últimas combinações ocorre um decréscimo negativo da sensibilidade, mas inferior aos anteriores. O impacto na sensibilidade de  $R_0$  foi maior quando fixamos todas as nove combinações do parâmetro em 0.25.

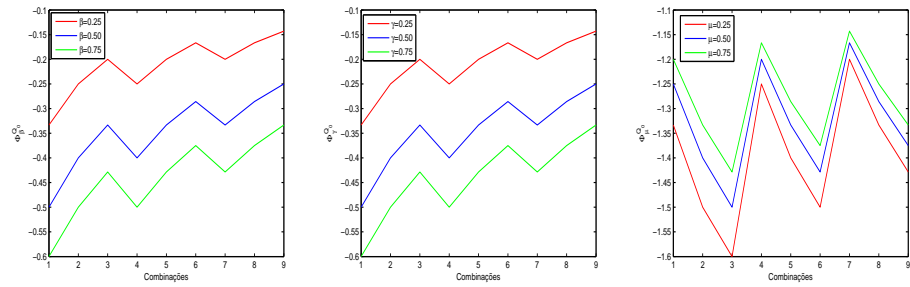


Figura 1: Sensibilidade de  $R_0$  em relação a  $\beta$  considerando todas as configurações da tabela 2.

De acordo com a Figura (2) os três parâmetros que mais afetam a dinâmica do sistema (1) em relação a  $R_0$ , são a taxa nós inseridos na rede sem fio ( $A$ ), a taxa de nós susceptíveis que tornam infectados por *worm* ( $\lambda$ ) e a taxa de saída de nós da rede ( $\mu$ ).

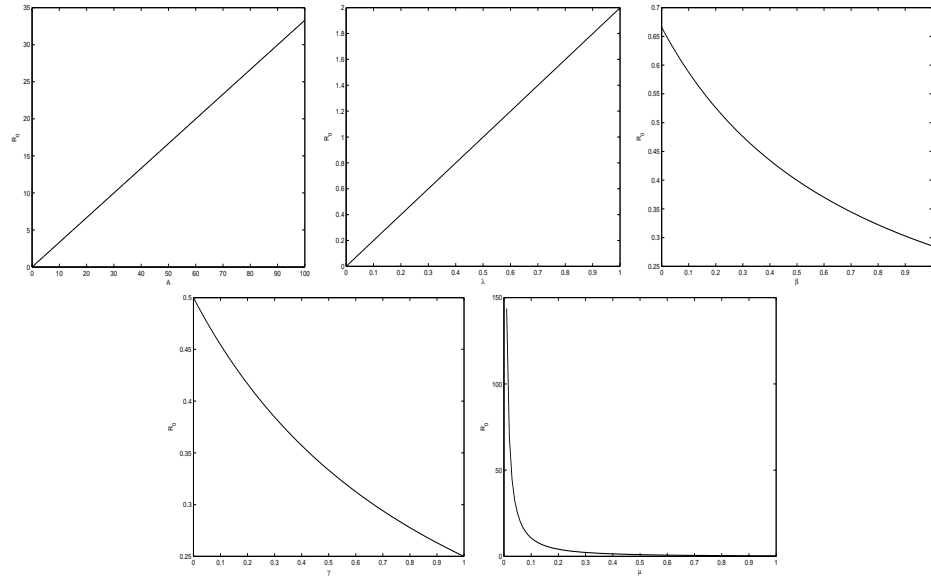


Figura 2: Evolução de  $R_0$  em relação aos parâmetros  $A$ ,  $\lambda$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  e  $\mu$ .

## 4 Conclusão

Pela análise de sensibilidade do número de reprodutibilidade basal do modelo em estudo, adotar ações de controle adicionais que reduzem  $\lambda$  e/ou  $A$  e aumenta  $\mu$ , poderá minimizar significativamente o número de novas infecções por *worm* na rede sem fio e desta forma, reduzir o impacto dos custos causados por estas “pragas” virtuais.

## Agradecimentos

Agradecemos ao apoio financeiro dispendido pelo Instituto Federal de Minas Gerais.

## Referências

- [1] J. Cariboni, D. Gatelli, R. Liska, and A. Saltelli, The role of sensitivity analysis in ecological modelling, *Ecological Modelling*, vol. 203, pp. 167-182, (2007).
- [2] H. Guo, H. K. Cheng and K. Kelley, Impact of network structure on malware propagation: a growth curve perspective, *NET Institute Working Paper Series*, (2015). DOI:10.2139/ssrn.1286311.
- [3] N. Chitnis, J. M. Hyman, and J. M. Cushing, Determining important parameters in the spread of malaria through the sensitivity analysis of a mathematical model, *Bulletin of Mathematical Biology*, vol. 70, pp. 1272-1296,(2008) .
- [4] <http://epoca.globo.com/tecnologia/experiencias-digitais/noticia/2017/03/ransomware-o-crime-quase-perfeito.html> Acesso: 11/08/2017
- [5] <https://oglobo.globo.com/economia/ataque-cibernetico-mundial-levou-inss-suspender-atendimento-no-brasil-21332924> Acesso: 11/08/2017
- [6] N. H. Khanh, Dynamics of a worm propagation model with quarantine in wireless sensor networks, *Appl. Math. Inf. Sci.* 10(5), 1739-1746, (2016)
- [7] M. Kumar, B. K. Mishra and T. C. Panda, Effect of quarantine & vaccination on infectious nodes in computer network, *International Journal of Computer Networks and Applications*, volume 2, Issue 2, March- April (2015).
- [8] J. R. C. Piqueira and V. O. Araujo, A modified epidemiological model for computer viruses, *Applied Mathematics and Computation* 213, 355?360, (2009).
- [9] Q. Zhu, X. Yang and J. Ren, Modeling and analysis of the spread of computer virus, *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat* 17, 5117?5124, (2012).