

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

## Análise da Taxa de Infestação Vetorial do *Aedes*

Bruna Azevedo Guimarães Santos<sup>1</sup>Mateus do Nascimento<sup>2</sup>Carlos Alexandre Silva<sup>3</sup>

Instituto Federal de Minas Gerais, IFMG, Sabará, MG

Lillia dos Santos Barsante Silva<sup>4</sup>José Luis Acebal Fernandes<sup>5</sup>

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, CEFET-MG, Belo Horizonte, MG

**Resumo.** Neste trabalho realizamos um estudo através da matriz de próxima geração associada a um modelo compartimental com influência da temperatura para determinarmos a taxa de infestação vetorial do *Aedes*. Avaliamos o valor da taxa de infestação em três capitais brasileiras, Belém, Belo Horizonte e Curitiba. O resultado obtido sugere que a temperatura seja um preditor positivo e significativo para a abundância de fêmeas do *Aedes*. O vetor encontrou condições ideais para manter-se ao longo de todo horizonte de estudo nas três capitais, com exceção do mês de junho em Curitiba. A fim de reduzir o nível de infestação do mosquito nas localidades, faz-se necessária a realização de intervenções de controle e monitoramento no ciclo de vida do mosquito que reduzem a oviposição de ovos viáveis a se tornarem mosquito fêmea e aumentem a mortalidade dos vetores.

**Palavras-chave.** Modelagem Matemática, Taxa de Infestação Vetorial, *Aedes*, Temperatura

## 1 Introdução

Tornou-se mundialmente crescente o número de pessoas infectadas por dengue, febre amarela, febre chikungunya e zika vírus. Estas doenças apresentam relevante impacto em saúde pública em diversas localidades e são transmitidas ao homem por meio da picada da fêmea infectada do *Aedes*, sendo o *Aedes aegypti* e o *Aedes albopictus*, seus principais vetores [4]. Variáveis climáticas influenciam o ciclo de vida do *Aedes*, em especial a temperatura [3]. Modelos matemáticos entomológicos possibilitam aferir a potencialidade da taxa de infestação vetorial  $Q_0$  do *Aedes* em determinado horizonte de tempo de área geográfica. Esta taxa representa o número médio de fêmeas que uma única fêmea gera ao longo de sua vida [12]. O valor de  $Q_0$  auxilia ações de intervenção vetorial em uma

---

<sup>1</sup>brunazevedoguimaraes@gmail.com

<sup>2</sup>mateus.nascimento@ifmg.edu.br

<sup>3</sup>carlos.silva@ifmg.edu.br

<sup>4</sup>lilliabarsante@gmail.com

<sup>5</sup>acebal@dppg.cefetmg.br

determinada localidade. Se  $Q_0 > 1$  as fêmeas do mosquito conseguem invadir e estabelecer sua população em uma determinada região geográfica, sendo esta classificada como infestada pelo vetor. Se  $0 < Q_0 < 1$  as fêmeas do mosquito não conseguem estabelecer sua população e ao longo do tempo a localidade fica livre da infestação vetorial. Diante da necessidade de se aperfeiçoar o conhecimento do ciclo de vida do *Aedes* em determinada região, em especial, com a variável temperatura realizamos um estudo através da matriz de próxima geração associada a um modelo compartimental para determinamos a taxa de infestação vetorial do *Aedes* em uma determinada área geográfica.

## 2 Modelagem

O modelo proposto é uma variação do modelo abordado em [1] e apresenta quatro compartimentos para representar a dinâmica do ciclo de vida do *Aedes* sob influência da variabilidade da temperatura  $T$  em cada unidade de tempo de uma determinada área geográfica. A população da fase imatura é representada por ovos  $E(t)$ , larvas  $L(t)$  e pupas  $P(t)$ . A população da fase alada é representada por fêmeas  $F(t)$ . As taxas entomológicas e de controle adicional são dadas por:  $f(T)$  representa a fração de ovos viáveis que a população de fêmeas deposita em potenciais criadouros do mosquito;  $C$  representa a capacidade do meio;  $\phi(T)$  representa a taxa de oviposição por unidade de fêmeas em potenciais criadouros;  $\alpha_1(T)$  representa a taxa por unidade de indivíduo com que ovos passam para a população de larvas;  $\alpha_2(T)$  representa a taxa por unidade de indivíduo com que larvas passam para a população de pupas;  $\gamma(T)\alpha_3(T)$  representa a taxa por unidade de indivíduo com que pupas transformam-se em fêmeas;  $\mu(T)$  representa a taxa de mortalidade natural por unidade de indivíduo específica de cada compartimento;  $\eta_L(t)$  e  $\eta_F(t)$  representam a taxa por unidade de indivíduo que morre adicionalmente devido ao controle larval e vetorial, respectivamente. Por simplificação de notação, estas taxas serão representadas com a omissão da variável  $T$ .

O modelo que representa a dinâmica das populações do *Aedes* com dependência da temperatura é descrito por:

$$\frac{dx_i}{dt} = V_i(x) - W_i(x), \tag{1}$$

em que  $i = 1, 2, 3, 4$ ;  $x_i$  é o  $i$ -ésimo elemento do  $x = (E, L, P, F)^T$ .  $V_i$  é a taxa de nascimento em cada compartimento.  $W_i$  é a taxa de transição entre os compartimentos e pode ser decomposta como  $W_i = W_i^- - W_i^+$  em que,  $W_i^+$  corresponde à taxa de transferência de indivíduos de outro compartimento para dentro do compartimento especificado e, analogamente,  $W_i^-$  corresponde à transferência para outro compartimento a partir do compartimento desejado [6]. Neste caso, as matrizes  $V$  e  $W$  são definidas por:

$$V = \begin{bmatrix} f\phi F \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ e } W = \begin{bmatrix} (\alpha_1 + \mu_E)E \\ (\alpha_2 + \mu_L + \eta_L)L - \alpha_1 \left(1 - \frac{L}{C}\right) E \\ (\alpha_3 + \mu_P)P - \alpha_2 L \\ (\mu_F + \eta_F)F - \gamma\alpha_3 P \end{bmatrix}.$$

A região do modelo (1) com sentido biológico é definida por:

$$\Gamma = \{(E, L, P, F) \in \mathbb{R}^4 : E, L, P, F \geq 0 \text{ e } 0 \leq L \leq C\},$$

ou seja, todas as populações são não negativas e a população de larvas não excede a capacidade do meio.

A taxa de infestação vetorial  $Q_0$  do modelo (1), é definida como o raio espectral da matriz de próxima geração  $\mathcal{V}\mathcal{W}^{-1}$ , em que as matrizes são definidas pelas respectivas jacobianas  $\mathcal{V}_{ij} = \frac{\partial V_i}{\partial x_j}|_{P_0=(0,0,0,0)}$  e  $\mathcal{W}_{ij} = \frac{\partial W_i}{\partial x_j}|_{P_0=(0,0,0,0)}$ . Assim,

$$\mathcal{V} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & f\phi \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } \mathcal{W} = \begin{bmatrix} (\alpha_1 + \mu_E) & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_1 & (\alpha_2 + \mu_L + \eta_L) & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha_2 & (\alpha_3 + \mu_P) & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma\alpha_3 & (\mu_F + \eta_F) \end{bmatrix}.$$

Portanto, a taxa de infestação vetorial é dada por:

$$Q_0 = \rho(\mathcal{V}\mathcal{W}^{-1}) = \frac{f\phi\gamma\alpha_1\alpha_2\alpha_3}{(\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \mu_L + \eta_L)(\alpha_3 + \mu_P)(\mu_F + \eta_F)}. \quad (2)$$

Biologicamente, o  $Q_0$  dado pela equação (2) pode ser interpretado como o produto da fração da população de ovos que sobrevivem e eclodem para a população de larvas  $\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \mu_E}\right)$ , da fração da população de larvas que sobrevivem e desenvolvem em população de pupas  $\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_2 + \mu_L + \eta_L}\right)$ , da fração de pupas que sobrevivem e emergem para a fase adulta como fêmea  $\left(\frac{\gamma\alpha_3}{\alpha_3 + \mu_P}\right)$  e da fração de ovos viáveis gerados durante a sua sobrevivência da população de fêmeas  $\left(\frac{f\phi}{\mu_F + \eta_F}\right)$ . Observe que  $Q_0$  não depende da capacidade do meio  $C$ .

A dependência entomológica do modelo (1) com a temperatura é ilustrada na Tabela 1. Adotamos  $C = 1$ ,  $f = 0.5$  e  $\gamma = 0.5$  [11].

Tabela 1: Parametrização entomológica do modelo (1) com a temperatura.

Equação	Fonte
$\phi(T) = \max\{0, -5.400 + 1.800T - 0.2124T^2 + 0.01015T^3 - 1.515 \times (10^{-4})T^4\}$	[9]
$\alpha_1(T) = 0.5070 \times \exp(-(((T - 30.85)/12.82)^2))$	[5]
$\alpha_2(T) = \max\{0, -1.847 + 0.8291T - 0.1457T^2 + 0.01304T^3 - 6.461 \times (10^{-4})T^4 + 1.796 \times (10^{-5})T^5 - 2.617 \times (10^{-7})T^6 + 1.551 \times (10^{-9})T^7\}$	[10]
$\alpha_3(T) = 0.6020 \times \exp(-(((T - 34.29)/15.07)^2))$	[5]
$\mu_L(T) = 2.315 - 0.4191T + 0.02735T^2 - 7.538 \times (10^{-4})T^3 + 7.503 \times (10^{-6})T^4$	[8]
$\mu_P(T) = 0.4256 - 0.03248T + 7.060 \times (10^{-4})T^2 + 4.395 \times (10^{-7})T^3$	[10]
$\mu_F(T) = 0.8692 - 0.1590T + 0.01116T^2 - 3.408 \times (10^{-4})T^3 + 3.809 \times (10^{-6})T^4$	[8]

### 3 Resultados

O modelo (1) foi resolvido numericamente através do algoritmo de Runge-Kutta de quarta ordem, com passo de  $h = 0.01$ , utilizando o *software* MATLAB<sup>®</sup> (R2017a) em um computador Intel(R) Core(TM) i5 2,5 GHz com 4GB de memória RAM. Para avaliar a

dinâmica deste modelo utilizamos dados de temperatura média histórica mensal do banco de dados meteorológicos do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE, Brasil) relativo as capitais Belém (Pará, Brasil), Belo Horizonte (Minas Gerais, Brasil) e Curitiba (Paraná, Brasil). Essas capitais foram selecionadas para o estudo de acordo com a representatividade dos casos notificados destas doenças nas regiões norte, sudeste e sul do país. De acordo com [7] até a semana epidemiológica 52 de 2017, o número de casos prováveis de dengue no Pará, Minas Gerais e Paraná foram de 7.813, 28.779 e 4.195 respectivamente; de chikungunya foram de 8.505, 16.771 e 229; enquanto o número de casos de zika foram de 688, 758 e 61, na mesma ordem. O valor da taxa de infestação para as capitais Belém, Belo Horizonte e Curitiba sem considerarmos nenhum tipo de intervenção de controle é ilustrado na Figura 1. Observe que em todos os meses há infestação do vetor ( $Q_0 > 1$ ), com exceção do mês de junho na capital Curitiba. Em média uma única fêmea no mês de janeiro produziu aproximadamente 237 novas fêmeas em Belém, aproximadamente 173 novas fêmeas em Belo Horizonte e aproximadamente 101 novas fêmeas em Curitiba. Em Belém, a fêmea do *Aedes* apresentou uma infestação com poucas variações durante todo horizonte de estudo e verifica-se  $Q_0 > 220$ . Nestas cidades a temperatura mostra-se um preditor positivo e significativo para a abundância de fêmeas do *Aedes*.

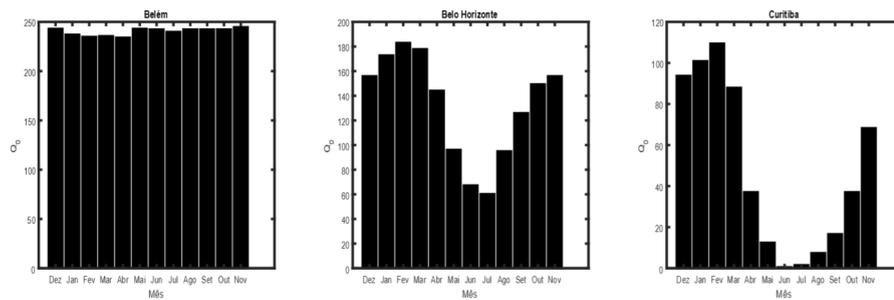


Figura 1: Evolução da taxa de infestação vetorial do *Aedes* no horizonte de estudo.

É de suma relevância aferir quais parâmetros que compõe a equação (2) acarretam um maior impacto sobre  $Q_0$ , uma vez que uma pequena variação em um parâmetro altamente sensível resultará em grandes mudanças quantitativas na dinâmica do modelo (1). O índice de sensibilidade normalizado de  $Q_0$  em relação a um determinado parâmetro  $\pi$  que compõe a equação (2), denotado por  $\Phi_{\pi}^{Q_0}$ , foi definido por [2] da seguinte forma:

$$\Phi_{\pi}^{Q_0} = \frac{\partial Q_0}{\partial \pi} \frac{\pi}{Q_0},$$

em que  $\pi$  representa genericamente um parâmetro de  $Q_0$ .

Este índice quantifica localmente o impacto da mudança do valor de um único parâmetro  $\pi$  da equação (2), enquanto todos os outros se mantêm constantes. A Tabela 2 ilustra uma expressão analítica para análise de sensibilidade normalizada de  $Q_0$ . A taxa de oviposição, as taxas de desenvolvimento, a fração de pupas que transformaram em fêmeas adultas e a fração de ovos viáveis ( $f$ ) estão correlacionadas positivamente com a  $Q_0$ . Enquanto que as taxas de mortalidade natural de cada população do ciclo do vetor e de mortalidade

adicional nas populações de larvas e fêmeas estão correlacionadas negativamente a  $Q_0$ .

Tabela 2: Análise de sensibilidade normalizada do número de infestação vetorial do modelo (1).

Parâmetro	Sensibilidade	Parâmetro	Sensibilidade
$f$	+1	$\mu_E$	$-\frac{\mu_E}{(\alpha_1 + \mu_E)} \in (-1,0)$
$\phi$	+1	$\mu_L$	$-\frac{\mu_L}{(\alpha_2 + \mu_L + \eta_L)} \in (-1,0)$
$\gamma$	+1	$\mu_P$	$-\frac{\mu_P}{(\alpha_3 + \mu_P)} \in (-1,0)$
$\alpha_1$	$\frac{\mu_E}{(\alpha_1 + \mu_E)} \in (0,1)$	$\mu_F$	$-\frac{\eta_F}{(\mu_F + \eta_F)} \in (-1,0)$
$\alpha_2$	$\frac{(\mu_L + \eta_L)}{(\alpha_2 + \mu_L + \eta_L)} \in (0,1)$	$\eta_L$	$-\frac{\eta_L}{(\alpha_2 + \mu_L + \eta_L)} \in (-1,0)$
$\alpha_3$	$\frac{\mu_P}{(\alpha_3 + \mu_P)} \in (0,1)$	$\eta_F$	$-\frac{\eta_F}{(\mu_F + \eta_F)} \in (-1,0)$

Sem ações de controle os parâmetros que mais afetam a dinâmica do modelo em relação a  $Q_0$ , são a taxa intrínseca de oviposição, a fração de pupas que transformaram em fêmeas adultas, a fração de ovos viáveis e a taxa de mortalidade natural de fêmeas (Figuras 2 e 3). Por exemplo, se a taxa de oviposição  $\phi$  sofrer um acréscimo (ou decréscimo) de 10%, então,  $Q_0$  sofrerá o mesmo impacto. Ou seja, o valor de  $Q_0$  em Belo Horizonte no mês de janeiro passará de 173 para aproximadamente 190 e em julho passará de 61 para aproximadamente 67 e assim sucessivamente. Impacto oposto sofre  $Q_0$ , se variarmos  $\mu_F$ . Por exemplo, se  $\mu_F$  é aumentado (ou diminuído) em 10%, então,  $Q_0$  diminui (ou aumenta) também em 10%. O índice de sensibilidade das taxas de desenvolvimento e das taxas de mortalidade natural da fase imatura do mosquito sofrem significativas mudanças ao longo do ano na capital Curitiba.

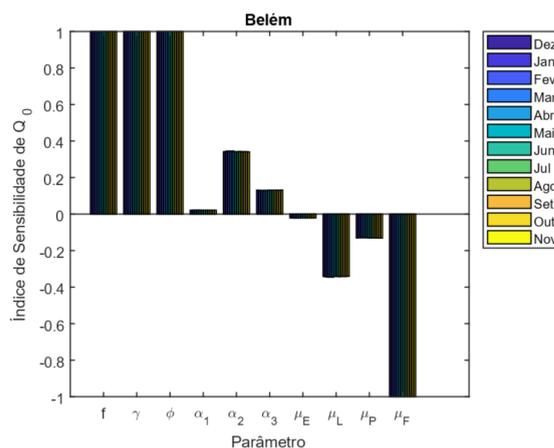


Figura 2: Evolução do índice de sensibilidade normalizado da taxa infestação vetorial do *Aedes* no horizonte de estudo da capital Belém (Pará, Brasil).

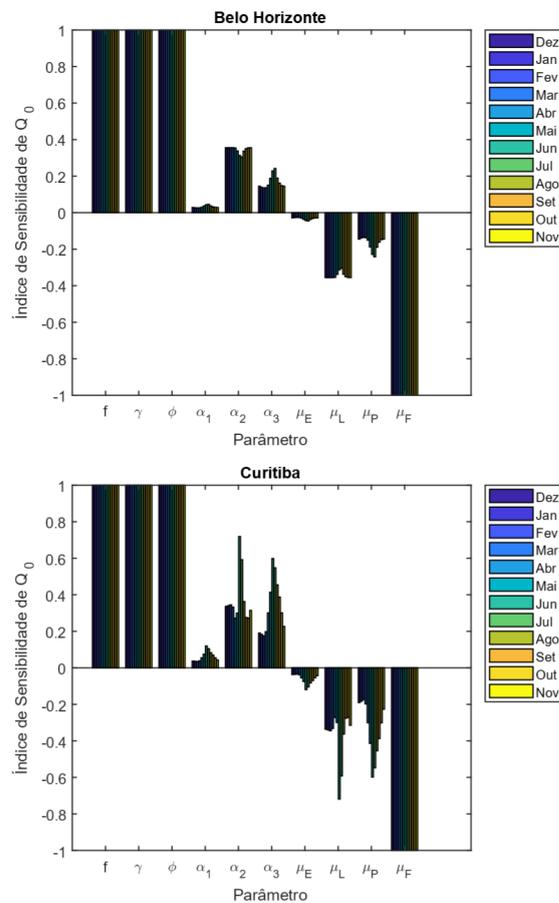


Figura 3: Evolução do índice de sensibilidade normalizado da taxa infestação vetorial do *Aedes* no horizonte de estudo das capitais Belo Horizonte (Minas Gerais, Brasil) e Curitiba (Paraná, Brasil).

## 4 Conclusão

Sabe-se que um número elevado de mosquitos em uma determinada área geográfica, potencializa a probabilidade de dispersão viral entre vetor e humano. Este fato, produz prejuízo social e econômico à sociedade. Diante deste fato, ações de controle e monitoramento que reduzem a oviposição de ovos viáveis a se tornar mosquito fêmea e aumentem a mortalidade dos vetores, poderão minimizar significativamente a infestação do *Aedes* nestas capitais e desta forma, reduzir a probabilidade de surtos das doenças transmitidas por estes mosquitos. Em Belém, medidas de controle e monitoramento do vetor deverão ser adotadas de forma contínua durante todo o ano, já em Belo Horizonte as mesmas deverão ser organizadas de maneira mais intensa nos meses mais quentes e de forma reduzida nos meses mais frios, assim como em Curitiba.

## Referências

- [1] L. S. Barsante, Dependência entre pluviosidade e população de fêmeas *Aedes aegypti* grávidas descritas através de um sistema dinâmico não autônomo e não linear, Dissertação de Mestrado, Belo Horizonte, 2012.
- [2] J. Cariboni, D. Gatelli, R. Liska and A. Saltelli. The role of sensitivity analysis in ecological modelling, *Ecological Modelling*, 203:167-182, 2007. DOI: 10.1016/j.ecolmodel.2005.10.045.
- [3] S. R. Christophers. *Aedes aegypti (L): The Yellow Fever Mosquito. Its Life History, Bionomics and Structure*, Syndics of the Cambridge University Press, 1960.
- [4] L. T. M. Figueiredo. Arboviroses emergentes no Brasil, *Revista da Sociedade Brasileira de Medicina Tropical*, 40(2):224-229, 2007. ISSN 1678-9849.
- [5] P. Jia, L. Lu, X. Chen, J. Chen, L. Guo, X. Yu and Q. Liu. A climate-driven mechanistic population model of *Aedes albopictus* with diapause, *Parasites & Vectors*, 9(1): 175, 2016. DOI: 10.1186/s13071-016-1448-y.
- [6] A. M. Lutambi, M. A. Penny, T. Smith and N. Chitnis. Mathematical modelling of mosquito dispersal in a heterogeneous environment, *Mathematical Biosciences*, 241(2):198-216, 2013. DOI: 10.1016/j.mbs.2012.11.013.
- [7] Ministério da Saúde, Monitoramento dos casos de dengue, febre de chikungunya e febre pelo vírus Zika até a Semana Epidemiológica 52, 2017, *Boletim Epidemiológico*, 49(2):2358-9450, 2018. ISSN 2358-9450.
- [8] H. M. Yang, M. L. G. Macoris, K. C. Galvani and M. T. M. Andrighetti. Dinâmica da transmissão da dengue com dados entomológicos temperatura-dependentes, *Tend. Mat. Apl. Comput.*, 8(1):159-168, 2007. DOI: 10.5540/tema.2007.08.01.0159.
- [9] H. M. Yang, M. L. G. Macoris, K. C. Galvani, M. T.M. Andrighetti and D. M. V. Wanderley. Assessing the effects of temperature on the population of *Aedes aegypti* the vector of dengue, *Epidemiol. Infect.*, 137(8):1188-1202, 2009. DOI: 10.1017/S0950268809002040.
- [10] H. M. Yang, M. L. G. Macoris, K. C. Galvani and M. T. M. Andrighetti. Follow up estimation of *Aedes aegypti* entomological parameters and mathematical modellings, *BioSystems*, 103(3):360-371, 2011. DOI: 10.1016/j.biosystems.2010.11.002.
- [11] H. M. Yang. The transovarial transmission in the dynamics of dengue infection: Epidemiological implications and thresholds, *Mathematical Biosciences*, 286:1-15, 2017. DOI: 10.1016/j.mbs.2017.01.006
- [12] M. T. White, J. T. Griffin, T. S. Churcher, N. M. Ferguson, M. G. Basanez and A. Ghani. Modelling the impact of vector control interventions on *Anopheles gambiae* population dynamics, *Parasites & Vectors*, 4(1):153, 2011. DOI: 10.1186/1756-3305-4-153.